Redescubrimiento de las leyes del péndulo

Ana María Gervasi [1] y Viviana Seino [2]

[1] *Escuela Normal Superior N° 5, Buenos Aires,* anamcg@ciudad.com.ar

[2] *Instituto Privado Argentino Japonés, Buenos Aires,* a_nishi@sinectis.com.ar

Resumen

Buscando redescubrir la relación entre el período de oscilación de un péndulo y su longitud, medimos los períodos para distintas longitudes y los graficamos en escalas lineal y logarítmica. Encontramos una relación potencial entre el período y la longitud, que se corresponde con la hallada por Galileo. A partir de un gráfico del cuadrado del período en función de la longitud pudimos obtener el valor de la aceleración de la gravedad y determinar también la posición del centro de masas del péndulo.

Introducción

Los logros galileanos supusieron una auténtica revolución que destruía los cimientos mismos de la cosmovisión aristotélica, imperante en la cultura de la época. El antiguo sistema se había hecho estático y, por lo tanto, dogmático y estéril; y la esterilidad, pensaba Galileo, no puede tener cabida en la ciencia. Por eso lo esencial a todo científico era, para él, tener el espíritu abierto, limpiar su mente de todo tipo de prejuicios que trataban de acomodar el mundo al gusto de cada uno y atenerse a la experiencia, porque en la ciencia contaba la experiencia y no los prejuicios.[1]

Basándonos en esta filosofía galileana, que movilizó a la sociedad de su época, nos propusimos encontrar experimentalmente la dependencia entre el período T de oscilación de un péndulo y su longitud L.

En un péndulo simple, la composición de las fuerzas que actúan da como resultante una fuerza F tangente a la trayectoria, que tiende a restituirlo a su posición de equilibrio y que es proporcional al desplazamiento con signo negativo; por lo tanto el movimiento del péndulo se asemeja al movimiento armónico simple[2] (Fig. 1).

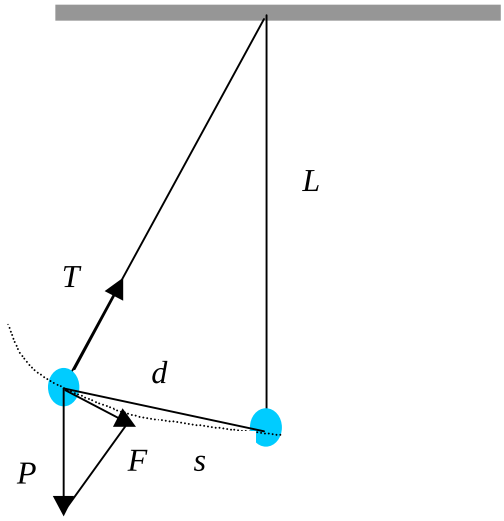

Figura 1 Análisis de las fuerzas que actúan sobre el péndulo

Para pequeñas amplitudes la longitud del arco s sobre la trayectoria del péndulo se asemeja a la distancia d: $s \approx d$, y a partir de la semejanza que resulta de los triángulos indicados[3]:

$$\frac{F}{P} = \frac{d}{L}$$

Reemplazando $F = m\,a_T$ y $P = m\,g$, se obtiene:

$$\frac{a_T}{g} = \frac{d}{L} \tag{1}$$

Como la aceleración centrípeta es:

$$a_T = \omega^2 \cdot d \tag{2}$$

y la frecuencia angula ω:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \tag{3}$$

de las ecuaciones (1), (2) y (3) resulta:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}} \qquad (4)$$

que relaciona al período T con la longitud L del péndulo. Para estudiar esta dependencia construimos un péndulo con una plomada y un hilo, y medimos el período para distintos longitudes.

Método experimental

Nuestro péndulo es una plomada de albañil que cuelga de un hilo fuerte, dispuestos como indica la Fig. 2 para lograr que la oscilación sea aproximadamente en un solo plano.

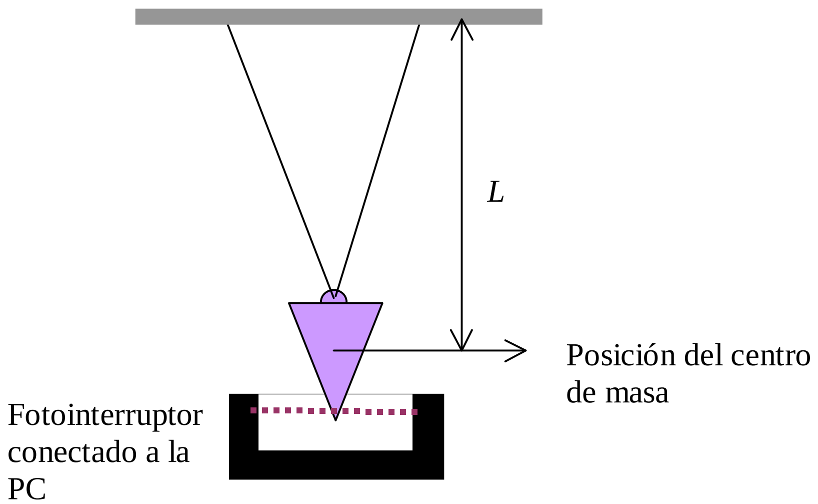

Figura 2 Péndulo simple realizado con una plomada y un hilo, dispuesto para lograr la oscilación en un solo plano.

Para medir las longitudes ubicamos un punto en la plomada que supusimos su centro de masas y las medimos con una cinta métrica graduada en milímetros. Tomamos como error en estas mediciones 5 mm que resulta de la cominación de los errores del instrumento, de la determinación del centro de masas y del grosor de la marca efectuada.

Para medir los períodos utilizamos un fotointerruptor conectado a la computadora, que permitió leerlos con una precisión de 0.001 s. El fotointerruptor mide tiempos basado en el corte de su haz infrarrojo causado por el paso de la plomada. El programa que hizo la lectura de los tiempos fue Precision Timer Vernier[3].

Medimos el período 10 veces para cada longitud, tomamos como valor más probable el promedio y representamos en un gráfico el período en función de la longitud.

Resultados y discusión

Con los valores obtenidos de T y L obtuvimos la Fig. 3.

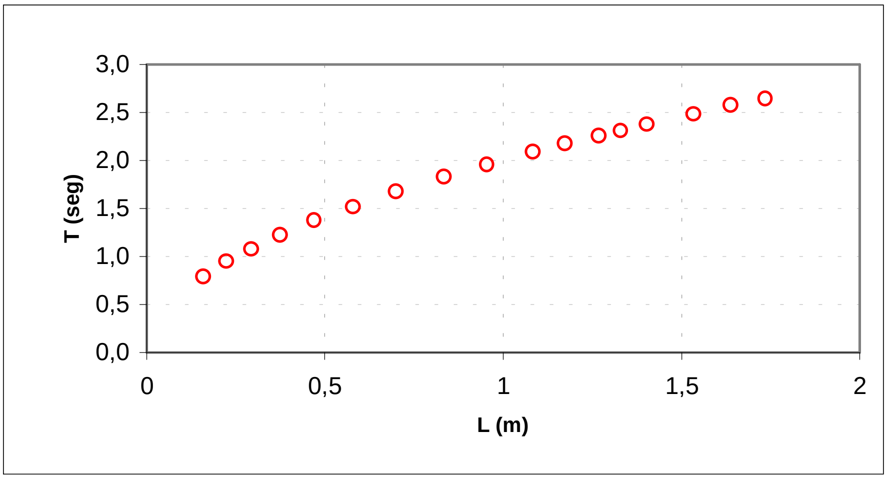

Figura 3. Gráfica en escalas lineales del período del péndulo en función de la longitud medida.

En la figura 3 observamos una posible relación potencial entre las variables, y para verificarla cambiamos las escalas lineales de los ejes por escalas logarítmicas (Fig. 4) y obtuvimos una relación del tipo $T \propto \sqrt{L}$.

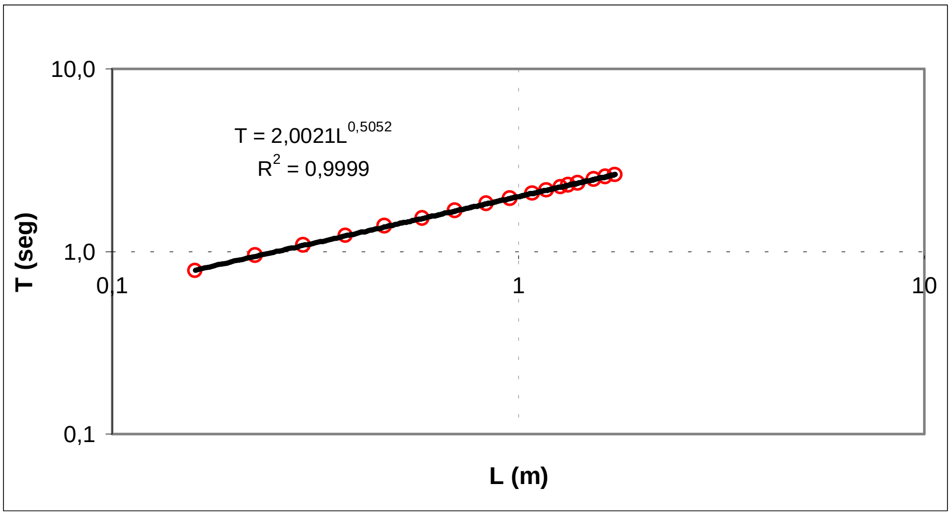

Figura 4. Gráfica en escalas log-log del período del péndulo en función de su longitud

Como sabemos (ecuación (4)), para pequeñas amplitudes:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$$

y por lo tanto:

$$T^2 = \frac{4\pi^2}{g}L$$

por lo que hicimos la gráfica de T^2 en función de L (Fig. 5). Encontramos la relación lineal:

$$T^2 = 4.0345\, L - 0.0218$$

donde T se mide en segundos y L en metros.

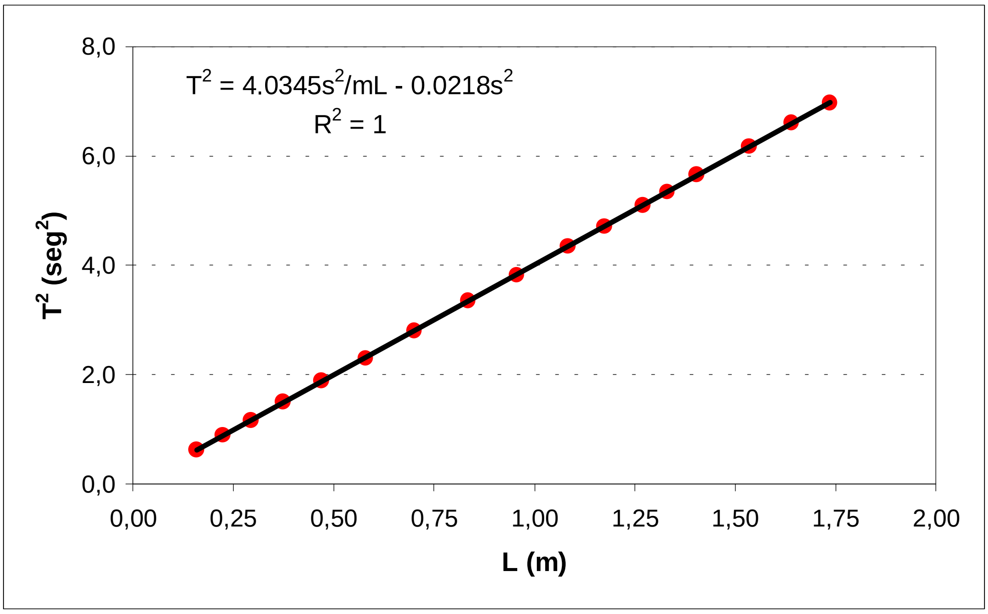

Figura 5. Gráfica del cuadrado del período del péndulo en función de su longitud que confirma la relación lineal entre T^2 y L.

Esta ecuación tiene ordenada al origen debido a que la longitud medida no es en realidad la longitud del péndulo (ver Fig. 6). Esto constituye un error sistemático a tener en cuenta.

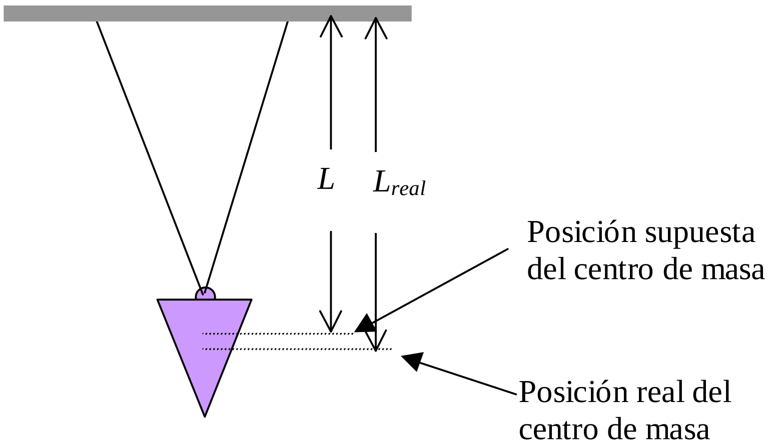

Figura 6 Posiciones de los centros de masa supuesto y real.

Podemos escribir:

$$T^2 = \frac{4\pi^2}{g} L_{real} = \frac{4\pi^2}{g}(L + \Delta L) \qquad (6)$$

De aquí identificamos:

$$\frac{4\pi^2}{g} = 4.0345 \frac{s^2}{m} \qquad \text{y} \qquad \frac{4\pi^2}{g}\Delta L = -0.0218 s^2$$

de donde calculamos:

g = 9.79 m/s2 y ΔL = – 0.0054 m

Comparando el valor de g obtenido con el valor estándar de 9.8 m/s^2 [Ref. 4], la discrepancia entre ellos es del orden del 0.1 %. Con respecto a ΔL**,** el signo negativo nos está indicando que la posición que elegimos como centro de masas está por debajo de la real; pero considerando el error estimado en la longitud (0.005 m) la posición elegida fue muy cercana a la real.

Conclusiones

1) Para pequeñas amplitudes, la relación entre el período y la longitud del péndulo es del tipo $T \propto \sqrt{L}$.
2) Pudimos medir el valor de la aceleración de la gravedad.
3) Obtuvimos un método simple para determinar el centro de masas de la plomada.

Agradecimientos

Agradecemos a la Fundación Antorchas y a la Universidad Favaloro por permitirnos llevar a cabo este trabajo.

Referencias

[1] Moisés Gonzalez, *Grandes obras del pensamiento*, Intoducción, Tomo 58, pág. 12, Ediciones Altaya, Barcelona,1998.

[2] Francisco F. Sintes Olives, *Física General Aplicada*, Capítulo 9, Editorial Ramon Sopena, Barcelona, 1975.

[3] Programa comercial de la firma Vernier: http://www.vernier.com.

[4] *Physical Science Study Committee*, *Física*, pág. 245 y 259, Editorial Reverté, Barcelona, 1970.