RED *Creativa* de CIENCIA

Análisis gráfico

Enfriamiento de un cuerpo – Decaimiento exponencial

Objetivos

Representación gráfica de resultados experimentales y análisis de datos. Análisis gráfico de un decaimiento exponencial. Determinación experimental de la ley de enfriamiento de un cuerpo. Estudio de la ley de enfriamiento de Newton.

Introducción

El nombre de Isaac Newton (1641-1727) es ampliamente reconocido por sus numerosas contribuciones a la ciencia. En su juventud estudió el movimiento y estableció las leyes de la dinámica (las Leyes de Newton), estableció la ley de la gravitación universal (mostrando que lo que vale en la tierra también vale en el cielo), explicó la descomposición en colores de la luz blanca cuando pasa por un prisma, desarrolló lo que hoy conocemos en matemática como cálculo, entre otras cosas. Ya mayor, a los 60 años de edad, aceptó un puesto como funcionario nacional y se desempeñó como responsable de la Casa de la Moneda de su país. Allí tenía como misión controlar la acuñación de monedas. Probablemente se interesó por la temperatura, el calor y el punto de fusión de los metales (temperatura a la que un metal se transforma en líquido) motivado por su responsabilidad de supervisar la calidad de la acuñación.

Tampoco esa vez Newton perdió la oportunidad de hacer uso de los materiales más simples de los que disponía para llevar a cabo mediciones de gran significado. Construyó sus propios termómetros, utilizando aceite de linaza como material termométrico, y definió su propia escala de temperatura. En su escala, 0 era la temperatura del aire en invierno a la cual se congela el agua, y definió como 12 a la temperatura más alta que un termómetro registra cuando está en contacto con el cuerpo humano. En su escala, el metal con que se hacían las monedas se fundía a 192. Anecdóticamente, Newton estableció que la temperatura más alta de un baño que uno puede soportar era igual a 17.

Utilizando un horno a carbón de una pequeña cocina, realizó el siguiente experimento. Calentó al rojo un bloque de hierro. Al retirarlo del fuego lo colocó en un lugar frío y observó cómo se enfriaba el bloque de metal. Sus resultados dieron lugar a lo que hoy conocemos con el nombre de ley de enfriamiento de Newton.

Los comentarios previos acentúan la genialidad de Newton, interesado por estos problemas de termodinámica mucho tiempo antes de que el concepto de calor fuera entendido. Destacamos que Sadi Carnot publicó sus estudios fundamentales sobre el "poder motor del fuego" (*La puissance motrice du feu*) cien años después de la muerte de Newton.

La ley de enfriamiento de Newton se escribe como:

$$\frac{dT}{dt} = -k(T - T_0) \qquad (1)$$

donde la derivada de la temperatura respecto al tiempo dT / dt representa la rapidez del enfriamiento, T es la temperatura instantánea del cuerpo, k es una constante que define el ritmo del enfriamiento y T_0 es la temperatura del ambiente, que es la temperatura que alcanza el cuerpo luego de suficiente tiempo.

La ecuación (2) expresa que la rapidez del enfriamiento es más alta cuanto mayor es la diferencia de temperaturas entre la del cuerpo y la del medio donde se encuentra. Podemos rescatar este hecho de la experiencia cotidiana observando que una taza de café se enfría más rápidamente cuando está caliente recién servida, que cuando ya está tibia.

Nuestra pregunta ahora es qué tan buena aproximación a la realidad es la ley de enfriamiento de Newton. Es decir, nos preguntamos si esta ley da cuenta del enfriamiento de un cuerpo. Estudiaremos entonces el enfriamiento de un cuerpo en función del tiempo.

Si el cuerpo se enfría a partir de la temperatura T_m hasta una T_0 y la ley de enfriamiento de Newton es válida para explicar su enfriamiento, la ecuación:

$$T - T_0 = (T_m - T_0)e^{-kt} \tag{2}$$

debería representar satisfactoriamente la evolución de la temperatura, dado que esta ecuación es solución de la ecuación (1). Esta es otra manera de establecer nuestra hipótesis y esta hipótesis será puesta a prueba en nuestros experimentos.

Actividad

Se propone usar un termómetro y observar cómo se enfría una vez que se lo saca de un recipiente con agua hirviendo ($T \approx 100$ ºC). El termómetro se enfriará hasta alcanzar, después de un cierto tiempo, la temperatura del ambiente. Para esta actividad puede usar un termómetro de mercurio en vidrio o un sensor de temperatura conectado a una PC. En cualquier caso, para no dañarlo, asegúrese de que el termómetro pueda medir hasta 100 ºC o más.

- Sumerja el termómetro en agua hirviendo hasta que la lectura sea la máxima posible. Registre este valor T_m, la temperatura máxima inicial de termómetro, inicie la medición, adquiriendo simultáneamente los datos de tiempo y temperatura, mientras el termómetro esté aun en el recipiente de agua caliente. Retírelo del agua para que se enfríe hasta alcance la temperatura del medio circundante T_0 (la temperatura de la habitación donde esta realizando el experimento). Cuando retire el termómetro del agua caliente, trate de no moverlo para que no agite el aire circundante. Lea el termómetro cada dos o tres segundos inicialmente y luego del primer minuto aproximadamente cada 10 o 30 segundos, hasta que la temperatura alcance un valor final estable, T_0.

- **Representación lineal:** Represente los datos de temperatura, *T*, en función del tiempo, *t*, en un gráfico con escalas lineales.

- **Representación semilogarítmica:** Observe que si se toma logartimo natural a ambos miembros de la ecuación (2) se obtiene:

$$\ln(T(t) - T_0) = \ln(T_m - T_0) - \frac{1}{\tau}t \qquad (3)$$

La Ec. (3) indica que un *gráfico semilogarítmico* de $(T - T_0)$ en función del tiempo es una recta, cuya pendiente es $-1/\tau$ ($\tau = 1/k$). Un gráfico semilogarítmico se obtiene tomando el eje de temperaturas en escala logarítmica (note que no es necesario tomar el logaritmo de los valores, sólo hay que utilizar una escala logarítmica en el eje vertical) y manteniendo el eje de tiempos en escala lineal.

- Usando los valores medidos T_m y T_0, represente en un gráfico semilogarítmico de $(T - T_0)$ en función del tiempo *t* y observe si obtiene una relación lineal. En caso de ser así, determine la *mejor recta* y obtenga de la pendiente el valor del tiempo característico τ. Verifique si la ordenada al origen corresponde a $\ln(T_m - T_0)$; ver Ec. (3).

- Tras su análisis, ¿puede concluir si la ley de enfriamiento de Newton es una buena representación del enfriamiento estudiado?

- Analice distintos procesos que hacen que un cuerpo se enfríe.[1]

Ejercicio de aplicación

Una aplicación interesante de esta ley consiste en determinar el instante de fallecimiento de una persona, después de algunas horas de muerta. Esta información es de crucial importancia en criminología y en estudios forenses. El escenario de un crimen puede variar de manera muy importante según que un crimen haya ocurrido a una hora u otra. La idea se basa en que los mamíferos, cuando estamos vivos, tenemos una temperatura muy estable e igual a T_m = 37 ºC. Al morir, la temperatura corporal comienza a descender hasta alcanzar la temperatura ambiente T_0.

En base a lo estudiado, diseñe un protocolo que le permita saber el momento del fallecimiento de una víctima a partir de la medición de su temperatura. Suponiendo que el termómetro es la víctima y el instante de fallecimiento corresponde al instante en que se retira el termómetro del agua caliente.

Ensaye su protocolo en un caso práctico. Por ejemplo, uno de sus compañeros retira en algún instante que Ud. desconoce el termómetro del agua caliente y un instante después se lo alcanza. Midiendo la temperatura Ud. debe determinar el tiempo que el termómetro estuvo fuera del agua. Compare sus predicciones con los datos que su compañero conoce. ¿Qué puede concluir sobre este protocolo?

Referencias

[1] M.P. Silverman y C.R. Silverman, “Cool in the kitchen: Radiation, conduction, and the Newton ‘hot block’ experiment”, *Phys. Teach.* **38**, 82, 2000.

[2] S. Gil y E. Rodríguez, *Física re-Creativa*, Cap. 4, Prentice Hall, Buenos Aires, 2001.